

## ANALITYCZNA METODA WYODRĘBNIANIA TENDENCJI ROZWOJOWEJ

Metoda analityczna polega na dopasowaniu funkcji matematycznej do całego szeregu czasowego.

Najczęściej buduje się model trendu liniowego :

$$\hat{y}_t = a + bt$$

którego parametry można wyliczyć za pomocą metody najmniejszych kwadratów z wzorów:

$$b = \frac{n \sum_{t=1}^n y_t t - \sum_{t=1}^n y_t \sum_{t=1}^n t}{n \sum_{t=1}^n t^2 - (\sum_{t=1}^n t)^2}$$

$$a = \bar{y} - b \bar{t}$$

lub rozwiązując układ równań:

$$\begin{cases} \sum_{t=1}^n y_t = na + b \sum_{t=1}^n t \\ \sum_{t=1}^n y_t t = a \sum_{t=1}^n t + b \sum_{t=1}^n t^2 \end{cases}$$

Wartość parametru „b” (nazywana **współczynnikiem trendu**) opisuje średni wzrost lub spadek (w zależności od znaku) z okresu na okres wartości cechy Y (wyrażonej w jednostkach zmiennej Y).  
Parametr „a” to teoretyczna wartość cechy Y w okresie t=0.

Znając wartości parametrów funkcji, można określić poziom badanego zjawiska w przyszłości (jest to tzw. ekstrapolacja poza próbę statystyczną).

**Parametry struktury stochastycznej**, opisujące dobroć dopasowania funkcji trendu do danych rzeczywistych (empirycznych) to:

- **Odchylenie standardowe składnika resztowego** obliczone wg wzoru:

$$S_e = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^n (y_t - \hat{y}_t)^2}{n - k}}$$

w którym:

- $s_e$  - odchylenie standardowe składnika resztowego
- $y_t$  - wartość empiryczna zmiennej y
- $\hat{y}_t$  - teoretyczna wartość zmiennej y (oszacowana na podstawie funkcji trendu)
- $n$  - liczba wyrazów w szeregu czasowym
- $k$  - liczba szacowanych parametrów (w modelu trendu liniowego  $k = 2$ )

**Odchylenie standardowe składnika resztowego** informuje, o ile wartości empiryczne różnią się średnio od wartości teoretycznych, wyznaczonych na podstawie funkcji trendu.

- **Współczynnik zmienności resztowej**, obliczony ze wzoru:

$$V_e = \frac{s_e}{\bar{y}_t} \cdot 100 [\%]$$

- $V_e$  - współczynnik zmienności resztowej
- $s_e$  - odchylenie standardowe składnika resztowego
- $\bar{y}_t$  - średnia arytmetyczna wartości zmiennej y

**Współczynnik zmienności resztowej** określa, jaką część średniej arytmetycznej badanej zmiennej stanowi odchylenie standardowe składnika resztowego.

- **Współczynnik zbieżności (braku determinacji)**, wyznaczony ze wzoru:

$$\varphi^2 = \frac{\sum_{t=1}^n (y_t - \hat{y}_t)^2}{\sum_{t=1}^n (y_t - \bar{y}_t)^2}$$

$y_t$  - wartość empiryczna zmiennej y

$\hat{y}_t$  - teoretyczna wartość zmiennej y (oszacowana na podstawie funkcji trendu)

$\bar{y}_t$  - średnia arytmetyczna wartości zmiennej y

**Współczynnik zbieżności (braku determinacji)** informuje, jaka część zmienności zmiennej objaśnianej nie została wyjaśniona przez funkcję trendu. Przyjmuje on wartości z przedziału od 0 do 1. Im wartość współczynnika zbieżności bliższa zeru, tym lepsze dopasowanie funkcji do danych rzeczywistych.

- **Współczynnik determinacji**, obliczony wg wzoru:

$$R^2 = 1 - \phi^2$$

określa, jaka część zmienności zmiennej objaśnianej została wyjaśniona przez funkcję trendu. Przyjmuje on wartości z przedziału od 0 do 1. Im wartość współczynnika determinacji bliższa jedności, tym lepsze dopasowanie funkcji do danych rzeczywistych.

[Przykład](#)