

ANALITYCZNA METODA
WYODRĘBNIANIA TENDENCJI
ROZWOJOWEJ

Metoda analityczna polega na dopasowaniu funkcji matematycznej do całego szeregu czasowego.

Najczęściej buduje się model trendu liniowego :

$$\hat{y}_t = a + bt$$

którego parametry można wyliczyć za pomocą metody najmniejszych kwadratów MNK z wzorów:

$$b = \frac{n \sum_{t=1}^n y_t t - \sum_{t=1}^n y_t \sum_{t=1}^n t}{n \sum_{t=1}^n t^2 - (\sum_{t=1}^n t)^2}$$

$$a = \bar{y} - b \bar{t}$$

Interpretacja parametrów

- Wartość parametru „b” (nazywana **współczynnikiem trendu**) opisuje średni wzrost lub spadek (w zależności od znaku) z okresu na okres wartości cechy Y (wyrażonej w jednostkach zmiennej Y).
- Parametr „a” to teoretyczna wartość cechy Y w okresie $t=0$.

Parametry struktury stochastycznej, opisujące dobroć dopasowania funkcji trendu do danych rzeczywistych (empirycznych) to:

- **Odchylenie standardowe składnika resztowego** obliczone wg wzoru:

$$S_e = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^n (y_t - \hat{y}_t)^2}{n - k}}$$

n – liczba wyrazów w szeregu czasowym

k – liczba szacowanych parametrów (w modelu trendu liniowego k = 2)

\hat{y}

- teoretyczna wartość zmiennej Y (obliczona na podstawie oszacowanych parametrów funkcji trendu, gdzie za t podstawiane są kolejne wartości tej zmiennej począwszy od 1).

 y_t

- empiryczna wartość zmiennej Y

Odchylenie standardowe składnika resztowego informuje, o ile wartości empiryczne różnią się średnio od wartości teoretycznych, wyznaczonych na podstawie funkcji trendu.

Miary dopasowania funkcji do danych rzeczywistych

- **Współczynnik zmienności resztowej**, obliczony ze wzoru:

$$V_e = \frac{s_e}{\bar{y}_t} \cdot 100 [\%]$$

Współczynnik zmienności resztowej określa, jaką część średniej arytmetycznej badanej zmiennej stanowi odchylenie standardowe składnika resztowego.

Miary dopasowania funkcji do danych rzeczywistych

- Współczynnik zbieżności:

$$\phi^2 = \frac{\sum_{t=1}^n (y_t - \hat{y}_t)^2}{\sum_{t=1}^n (y_t - \bar{y}_t)^2}$$

y_t - wartość empiryczna zmiennej Y

\hat{y}_t - teoretyczna wartość zmiennej Y (obliczona na podstawie funkcji trendu)

\bar{y}_t - średnia arytmetyczna wartości zmiennej Y

Miary dopasowania funkcji do danych rzeczywistych

Współczynnik zbieżności (braku determinacji) informuje, jaka część zmienności zmiennej objaśnianej nie została wyjaśniona przez funkcję trendu. Przyjmuje on wartości z przedziału od 0 do 1. Im wartość współczynnika zbieżności bliższa zeru, tym lepsze dopasowanie funkcji do danych rzeczywistych.

Miary dopasowania funkcji do danych rzeczywistych

Współczynnik determinacji, obliczony wg wzoru:

$$R^2 = 1 - \phi^2$$

określa, jaka część zmienności zmiennej objaśnianej została wyjaśniona przez funkcję trendu. Przyjmuje on wartości z przedziału od 0 do 1. Im wartość współczynnika determinacji bliższa jedności, tym lepsze dopasowanie funkcji do danych rzeczywistych.