Estymacja przedziałowa - przykłady

Dr Aldona Migała-Warchoł

Zadanie 1

W celu oszacowania średniej ceny metra kwadratowego mieszkań dwupokojowych oferowanych do sprzedaży w Rzeszowie w lutym 2020 r. wylosowano 227 ofert. W rezultacie dokonanych obliczeń otrzymano wartość średnią 5,49 tys. PLN oraz odchylenie standardowe 0,45 tys. PLN. Przyjmując współczynnik ufności 0,95 należy zbudować przedział ufności dla średniej ceny metra kwadratowego wszystkich mieszkań dwupokojowych oferowanych do sprzedaży w Rzeszowie w tym czasie.

Zadanie 1 - rozwiązanie

Podstawiając powyższe dane do danego wzoru oraz odczytując z tablicy zmiennej losowej *t*-Studenta wartość krytyczną, dla liczby stopni swobody $r = \infty$ (próba jest duża) i α = 0,05 otrzymujemy:

$$P\left(5{,}49 - 1{,}96\frac{0{,}45}{\sqrt{227}} \leq m \leq 5{,}49 + 1{,}96\frac{0{,}45}{\sqrt{227}}\right) = 0{,}95$$

Oznacza to, że przedział liczbowy $\mathrm{P}(5431{,}5 \leq m \leq 5548{,}5) = 0{,}95$
z prawdopodobieństwem 1-α = 0,95 pokrywa nieznaną wartość średniej dla populacji.

Zadanie 2

Towarzystwo ubezpieczeniowe ustala wysokości odszkodowań dla samochodów w zależności od ich wartości giełdowej. W celu ustalenia takiej wartości dla Skody Octavia zanotowano ceny 26 transakcji kupna, otrzymując średnią cenę równą 27 tys. PLN i odchylenie standardowe 3 tys. PLN. Oszacować metodą przedziałową średnią cenę tego typu samochodu.

Przyjąć poziom ufności 0,9.

Zadanie 2 - rozwiązanie

Podstawiając powyższe dane do danego wzoru oraz odczytując z tablicy zmiennej losowej *t*-Studenta wartość krytyczną, dla liczby stopni swobody *r =* n-1(mamy tutaj do czynienia z małą próbą n<30, stosujemy wzór nr 2) i α = 0,1 otrzymujemy:

$$\mathrm{P}\left(27 - 1{,}708\frac{3}{\sqrt{25}} \leq m \leq 27 + 1{,}708\frac{3}{\sqrt{25}}\right)=0{,}9$$

Oznacza to, że przedział liczbowy $\mathrm{P}(25{,}98 \leq m \leq 28{,}02) = 0{,}9$

z prawdopodobieństwem 1-α = 0,9 pokrywa nieznaną wartość średniej dla populacji.

Zadanie 3

Zmienna X oznacza wagę pewnego towaru, wyrażoną w kg. Do badań pobrano 25-elementową próbę, w której suma kwadratów odchyleń wartości empirycznych od średniej arytmetycznej jest równa 16,5. Zbuduj przedział ufności dla wariancji i odchylenia standardowego przy poziomie istotności 0,01.

Zadanie 3 - rozwiązanie

Podstawiając powyższe dane do danego wzoru oraz odczytując z tablicy zmiennej losowej chi-*kwadrat* wartość krytyczną, dla liczby stopni swobody 24 (mamy tutaj do czynienia z małą próbą n<30) i $\alpha/2$ = 0,005 i 1-$\alpha/2$ = 0,995 otrzymujemy:

$$P\left(\frac{25*16,5/25}{45,56} \leq \sigma^2 \leq \frac{25*16,5/25}{9,89}\right)=0,99$$

$$P(0,36 \leq \sigma^2 \leq 1,67)=0,99$$

$$P(0,6 \leq \sigma \leq 1,29)=0,99$$

Oznacza to, że przedział liczbowy $(0,36 \leq \sigma^2 \leq 1,67)$ z prawdopodobieństwem 1-α = 0,99 pokrywa nieznaną wartość wariancji dla populacji.

Zadanie 4

Średni czas potrzebny na wyprodukowanie wyrobu w próbie o liczebności 50 jednostek jest równy 5 minut z odchyleniem standardowym 0,55 minuty. Skonstruuj przedział ufności dla odchylenia standardowego przy α=0,05.

Zadanie 4 - rozwiązanie

Podstawiając powyższe dane do danego wzoru oraz odczytując z tablicy zmiennej losowej t-Studenta wartość krytyczną, dla $r = \infty$ liczby stopni swobody (mamy tutaj do czynienia z dużą próbą n≥30) i $\alpha = 0,05$ otrzymujemy:

$$P\left(0,55 - 1.96\frac{0,55}{\sqrt{100}} \leq \sigma \leq 0,55 + 1.96\frac{0,55}{\sqrt{100}}\right) = 0,95$$

$$P(0,44 \leq \sigma \leq 0,66) = 0,95$$

Oznacza to, że przedział liczbowy $(0,44 \leq \sigma \leq 0,66)$
z prawdopodobieństwem 1-α = 0,95 pokrywa nieznaną wartość odchylenia standardowego dla populacji.

Zadanie 7

Pewna firma reklamowa pragnie sprawdzić wyniki kampanii reklamowej towaru A. W tym celu przeprowadziła ankietę wśród 300 osób kupujących ten towar. Okazało się, że 150 osób do kupna towaru A nakłoniła reklama. Przyjmując poziom ufności 0,95 ocenić metodą przedziałową odsetek ogółu osób, które zaczęły kupować towar A w wyniku przeprowadzonej kampanii reklamowej.

Zadanie 7 - rozwiązanie

$$P\left(\frac{150}{300} - 1{,}96\sqrt{\frac{\frac{150}{300}\left(1-\frac{150}{300}\right)}{300}} \leq p \leq \frac{150}{300} + 1{,}96\sqrt{\frac{\frac{150}{300}\left(1-\frac{150}{300}\right)}{300}}\right)=0{,}95$$

$$P(0{,}44 \leq p \leq 0{,}56)=0{,}95$$

Oznacza to, że przedział liczbowy $(0{,}44 \leq p \leq 0{,}56)$
z prawdopodobieństwem 1-α = 0,95 pokrywa nieznaną wartość wskaźnika struktury dla populacji.